11.2

$$y = h^{-1}(z) \ , \ z \in (0,1)$$

という変数変換を考える。

ここで $h(y)$ は (11.6) で与えられるとする

$$z = h(y) = \int_{-\infty}^{y} p(\hat{y})\, d\hat{y}$$, $p(\hat{y})$ はあらかじめ与えられている確率密度, また $z = h(y) \in (0,1)$ になっていると仮定する

$p(\hat{y})$ は確率密度なので $p(\hat{y}) \geq 0$ なので $h(y)$ は単調増加である。なので $h'(y) \geq 0$

これより

$h'(y) \geq 0$ なので

$$\left|\frac{dz}{dy}\right| = h'(y) = \left(\int_{-\infty}^{y} p(\hat{y})\, d\hat{y}\right)' = p(y)$$

変数変換による y の確率密度 $p_y(y)$ は (11.5) で得られるので、

$$p_y(y) = p(z)\left|\frac{dz}{dy}\right| = p(z)\, p(y) = p(y)$$

$z \in (0,1)$ で $p(z) = 1$ なので

となり, $p_y(y)$ は $p(y)$ に等しくなる。