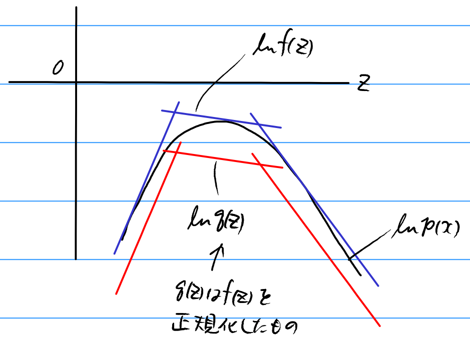
11.8



$$f(z)=l_i\lambda_i\exp\{-\lambda_i(z-z_i)\},\quad \hat{z}_{i-1,i}<z\le\hat{z}_{i,i+1}$$

とする。対数を取ると

$$\ln f(z)=\ln l_i+\ln\lambda_i-\lambda_i(z-z_i)$$

これが z_i において $\ln p(z)$ と接する

傾きが同じになるので

$$\lambda_i=(\ln p(z_i))'=\frac{p(z_i)'}{p(z_i)}$$

また値が同じになるので

$$\ln p(z_i)=\ln l_i+\ln\lambda_i=\ln l_i+\ln\frac{p(z_i)'}{p(z_i)}$$

これより

$$p(z_i)=l_i\frac{p(z_i)'}{p(z_i)}$$

$$\therefore\ l_i=\frac{p(z_i)^2}{p(z_i)'}$$

よって

$$f(z)=l_i\lambda_i\exp\{-\lambda_i(z-z_i)\},\quad \lambda_i=\frac{p(z_i)'}{p(z_i)},\quad l_i=\frac{p(z_i)^2}{p(z_i)'}$$

$f(z)$ の正規化係数は

$$Z_q=\int f(z)\,dz=\sum_{i=1}^{N}\int_{\hat{z}_{i-1,i}}^{\hat{z}_{i,i+1}}f(z)\,dz$$

, N はグリッド点の個数, $\hat{z}_{i-1,i}$ は接線の交点の z 座標

$$\hat{z}_{0,1}=-\infty,\quad \hat{z}_{N,N+1}=\infty$$

ここで

$$\int_{\hat{z}_{i-1,i}}^{\hat{z}_{i,i+1}}f(z)\,dz=\int_{\hat{z}_{i-1,i}}^{\hat{z}_{i,i+1}}l_i\lambda_i\exp\{-\lambda_i(z-z_i)\}dz$$

$$=l_i\lambda_i\int_{\hat{z}_{i-1,i}}^{\hat{z}_{i,i+1}}\exp\{-\lambda_i(z-z_i)\}dz=l_i\lambda_i\left[-\frac{1}{\lambda_i}\exp\{-\lambda_i(z-z_i)\}\right]_{\hat{z}_{i-1,i}}^{\hat{z}_{i,i+1}}$$

$$=l_i\left[\exp\{-\lambda_i(\hat{z}_{i-1,i}-z_i)\}-\exp\{-\lambda_i(\hat{z}_{i,i+1}-z_i)\}\right]$$

よって

$$Z_q = \sum_{i=1}^{N} l_i \left[\exp\{-\lambda_i (\hat{z}_{i-1,i} - z_i)\} - \exp\{-\lambda_i (\hat{z}_{i,i+1} - z_i)\} \right]$$

ここで

$$q(z) = \frac{1}{Z_q} f(z)$$

なので

$$q(z) = \frac{1}{Z_q} l_i \lambda_i \exp\{-\lambda_i (z - z_i)\}$$

(11.7)と見比べて

$$k_i = \frac{1}{Z_q} l_i = \frac{\frac{p(z_i)^2}{p(z_i)'}}{\sum_{i=1}^{N} \frac{p(z_i)^2}{p(z_i)'} \left[\exp\{-\lambda_i (\hat{z}_{i-1,i} - z_i)\} - \exp\{-\lambda_i (\hat{z}_{i,i+1} - z_i)\} \right]}, \quad \lambda_i = \frac{p'(z_i)}{p(z_i)}$$

となる。