12.8

(12.32)のμとかぶらないように

(2.113), (2.114), (2.116)の確率変数x, yを12.2節にあわせてx, zと書き、またμをmと書くと

$$p(z) = \mathcal{N}(z \mid m, \Lambda^{-1}) \quad \cdots (2.113)$$

$$p(x \mid z) = \mathcal{N}(x \mid Az + b, L^{-1}) \quad \cdots (2.114)$$

$$p(z \mid x) = \mathcal{N}(z \mid \Sigma\{A^T L(x - b) + \Lambda m\}, \Sigma) \quad \cdots (2.116)$$

ただし$\Sigma = (\Lambda + A^T L A)^{-1} \quad \cdots (2.117)$

となる。これを

$$p(z) = \mathcal{N}(z \mid 0, I) \quad \cdots (12.31)$$

$$p(x \mid z) = \mathcal{N}(x \mid Wz + \mu, \sigma^2 I) \quad \cdots (12.32)$$

と見比べて

$$m = 0,\ \Lambda^{-1} = I,\ A = W,\ b = \mu,\ L^{-1} = \sigma^2 I$$

とすると、(2.116)より

(2.117)より

$$\Sigma = (I + W^T \sigma^{-2} I W)^{-1} = \sigma^2(\sigma^2 I + W^T W)^{-1}$$

$$p(z \mid x) = \mathcal{N}(z \mid \Sigma\{W^T \sigma^{-2} I (x - \mu) + \underbrace{I\, 0}_{=0}\}, \Sigma)$$

$$= \mathcal{N}(z \mid \sigma^2(\sigma^2 I + W^T W)^{-1} \sigma^{-2} W^T (x - \mu), \sigma^2(\sigma^2 I + W^T W)^{-1})$$

$$= \mathcal{N}(z \mid M^{-1} W^T (x - \mu), \sigma^2 M^{-1})$$

但し$M = \sigma^2 I + W^T W$

を得る。