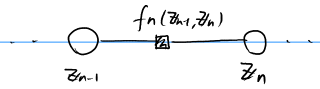
13.11



(8.72)を図13.15のモデルに適用すると

$$p(z_{n-1}, z_n) = f_n(z_{n-1}, z_n)\,\mu_{z_{n-1}\to f_n}(z_{n-1})\,\mu_{z_n\to f_n}(z_n) \quad \leftarrow (8.72)\text{より}$$

(8.69)より $\mu_{z_n\to f_n}(z_n) = \mu_{f_{n+1}\to z_n}(z_n)$

(13.46) (13.47)

$$= p(z_n|z_{n-1})\,p(x_n|z_n)\,\mu_{f_{n-1}\to z_{n-1}}(z_{n-1})\,\mu_{f_{n+1}\to z_n}(z_n)$$

(13.50) (13.52)

$$= p(z_n|z_{n-1})\,p(x_n|z_n)\,\alpha(z_{n-1})\,\beta(z_n)$$

ここで図13.14のモデルと図13.15のモデルの同時分布は同じになっているので

$$p(Z) = p(Z, X)$$

である。両辺をz_{n-1}, z_n以外について周辺化すると

$$p(z_{n-1}, z_n) = p(z_{n-1}, z_n, X)$$

となる。よって

$$p(z_{n-1}, z_n, X) = p(z_n|z_{n-1})\,p(x_n|z_n)\,\alpha(z_{n-1})\,\beta(z_n)$$

両辺を$p(X)$で割ると

$$p(z_{n-1}, z_n|X) = \frac{p(z_n|z_{n-1})\,p(x_n|z_n)\,\alpha(z_{n-1})\,\beta(z_n)}{p(X)}$$

を得る。ξの定ギ(13.14)より

$$\xi(z_{n-1}, z_n) = p(z_{n-1}, z_n|X) = \frac{p(z_n|z_{n-1})\,p(x_n|z_n)\,\alpha(z_{n-1})\,\beta(z_n)}{p(X)}$$

を得る。これは(13.43)と一致している。