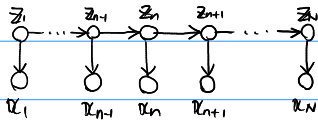


13.9



$x_i (i=1 \sim n-1)$ から $x_j (j=n+1 \sim N)$ への経路は

z_n を通り z_n で "head-to-tail" の形で遮断されている。

x_n から $x_j (j=n+1 \sim N)$ への経路は z_n を通り z_n で "tail-to-tail" の形で遮断されている。

よって $\{x_1 \dots x_n\} \perp\!\!\!\perp \{x_{n+1} \dots x_N\} \mid z_n$ である。

よって $p(x_1 \dots x_N \mid z_n) = p(x_1 \dots x_n \mid z_n) p(x_{n+1} \dots x_N \mid z_n) \dots$ (13.24)
を得る。
(8.21)

$x_i (i=1 \sim n-1)$ から x_n への経路は z_n を通り z_n で "head-to-tail" の形で遮断されている。

よって $\{x_1 \dots x_{n-1}\} \perp\!\!\!\perp x_n \mid z_n$ である。

よって $p(x_1 \dots x_{n-1} \mid x_n, z_n) = p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_n) \dots$ (13.25)
を得る。
(8.20)

$x_i (i=1 \sim n-2)$ から z_n への経路は z_{n-1} を通り z_{n-1} で "head-to-tail" の形で遮断されている。

x_{n-1} から z_n への経路は z_{n-1} を通り z_{n-1} で "tail-to-tail" の形で遮断されている。

よって $\{x_1 \dots x_{n-1}\} \perp\!\!\!\perp z_n \mid z_{n-1}$ である。

よって $p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_n, z_{n-1}) = p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_{n-1}) \dots$ (13.26)

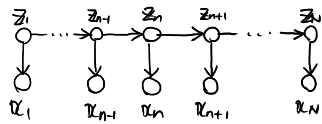
を得る。

z_n から $x_i (i=n+1 \sim N)$ への経路は z_{n+1} を通り z_{n+1} で "head-to-tail" の形で遮断されている。

よって $z_n \perp\!\!\!\perp \{x_{n+1} \dots x_N\} \mid z_{n+1}$

よって $p(x_{n+1} \dots x_N \mid z_n, z_{n+1}) = p(x_{n+1} \dots x_N \mid z_{n+1}) \dots$ (13.27)

を得る。



x_{n+1} から x_i ($i = n+2 \sim N$) への経路は z_{n+1} を通り z_{n+1} で tail-to-tail なので遮断されている

$$\text{よって } x_{n+1} \perp\!\!\!\perp \{x_{n+2} \dots x_N\} \mid z_{n+1}$$

$$\text{よって } p(x_{n+2} \dots x_N \mid x_{n+1}, z_{n+1}) = p(x_{n+2} \dots x_N \mid z_{n+1}) \dots (13.28)$$

を得る。

x_i ($i = 1 \sim n-1$) から x_j ($j = n \sim N$) への経路は z_{n-1} と z_n を通り、

この1つで head-to-tail もしくは head-to-tail なので遮断されている

$$\text{よって } \{x_1 \dots x_{n-1}\} \perp\!\!\!\perp \{x_n \dots x_N\} \mid \{z_{n-1}, z_n\}$$

$$\text{よって } p(x \mid z_{n-1}, z_n) = p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_{n-1}, z_n) p(x_n \dots x_N \mid z_{n-1}, z_n) \dots \textcircled{1}$$

ここで z_{n-1} から x_i ($i = n \sim N$) への経路は z_n を通り、 z_n で head-to-tail なので遮断されている

$$\text{よって } z_{n-1} \perp\!\!\!\perp \{x_n \dots x_N\} \mid z_n$$

$$\text{よって } p(x_n \dots x_N \mid z_{n-1}, z_n) = p(x_n \dots x_N \mid z_n) \dots \textcircled{2}$$

ここで x_n から x_i ($i = n+1 \sim N$) への経路は z_n を通り、 z_n で head-to-tail なので遮断されている

$$\text{よって } p(x_n \dots x_N \mid z_n) = p(x_n \mid z_n) p(x_{n+1} \dots x_N \mid z_n) \dots \textcircled{3}$$

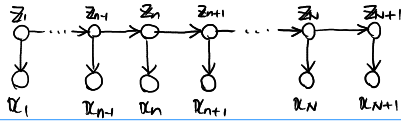
(13.26), $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ を $\textcircled{1}$ に代入すると

$$p(x \mid z_{n-1}, z_n) = p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_{n-1}, z_n) p(x_n \dots x_N \mid z_{n-1}, z_n) \leftarrow \textcircled{1}$$

$$= p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_{n-1}) p(x_n \dots x_N \mid z_n) \leftarrow \textcircled{2}$$

$$= p(x_1 \dots x_{n-1} \mid z_{n-1}) p(x_n \mid z_n) p(x_{n+1} \dots x_N \mid z_n) \dots (13.29) \leftarrow \textcircled{3}$$

を得る。



x_i ($i=1 \sim N$) から x_{N+1} への経路は z_{N+1} を通り z_{N+1} で "head-to-tail" 型で遮断されている

$$\text{よって } \{x_1 \cdots x_N\} \perp\!\!\!\perp x_{N+1} \mid z_{N+1}$$

$$\text{よって } p(x_{N+1} \mid x_1 \cdots x_N, z_{N+1}) = p(x_{N+1} \mid z_{N+1}) \cdots (13.30)$$

を得る。

z_{N+1} から x_i ($i=1 \sim N$) への経路は z_N を通り z_N で

"head-to-tail" もしくは "tail-to-tail" 型で遮断されている

$$\text{よって } z_{N+1} \perp\!\!\!\perp \{x_1 \cdots x_N\} \mid z_N$$

$$\text{よって } p(z_{N+1} \mid x_1 \cdots x_N, z_N) = p(z_{N+1} \mid z_N) \cdots (13.31)$$

を得る。