14.7

(14.27)より

$$\mathbb{E}_{x,t}[\exp\{-ty(x)\}] = \sum_t \int \exp\{-ty(x)\} p(t|x)p(x)\,dx$$

$\sum$ と $\int$ は交換可

$$= \int \sum_t \exp\{-ty(x)\} p(t|x)p(x)\,dx$$

ここで $\mathbb{E}_{x,t}[\exp\{-ty(x)\}]$ を $y(x)$ の汎関数と見て、また

$$G(y) = \sum_t \exp\{-ty(x)\} p(t|x)p(x)$$

とすると、$\mathbb{E}_{x,t}[\exp\{-ty(x)\}]$ の y についての停留条件は (D.8) で与えられる

$$0 = \frac{\partial G}{\partial y}$$

(D.8) で $\frac{\partial G}{\partial y'} = 0$ より

$$= \sum_t (-t)\exp\{-ty(x)\} p(t|x)p(x)$$

$t \in \{-1, 1\}$ なので

$$= \left[-\exp\{-y(x)\} p(t=1|x) + \exp\{y(x)\} p(t=-1|x)\right] p(x)$$

$$\therefore \exp\{-y(x)\} p(t=1|x) = \exp\{y(x)\} p(t=-1|x)$$

これより

$$\exp\{2y(x)\} = \frac{p(t=1|x)}{p(t=-1|x)}$$

よって

$$y(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{p(t=1|x)}{p(t=-1|x)} \quad \cdots (14.28)$$

を得る。