14.8　　　　　　　　　　　　　　　　　Webの解答みた

データ点(t_n, x_n)が独立同分布とし、パラメータをθとし、xの分布を考えないとき尤度関数は

$$p(t_1 \cdots t_N | x_1 \cdots x_N, \theta) = \prod_{n=1}^{N} p(t_n | x_n, \theta)$$

となる。これより対数尤度は

$$\ln \prod_{n=1}^{N} p(t_n | x_n, \theta) = \sum_{n=1}^{N} \ln p(t_n | x_n, \theta)$$

となる。対数尤度と指数誤差関数の関係は(1.62)の二乗和誤差、(4.90)交差エントロピーと同様に

$$\sum_{n=1}^{N} \ln p(t_n | x_n, \theta) = -\beta \sum_{n=1}^{N} \exp\{-t_n f_m(x_n)\} + \alpha \quad , \beta > 0 \quad , \underline{\alpha, \beta は t_n, x_n に依らない定数}$$

誤差関数のみがt_n, x_nに依存している形にするため

とする。これより

$$\ln p(t_n | x_n, \theta) = -\beta \exp\{-t_n f_m(x_n)\} + \frac{\alpha}{N}$$

よって

$$p(t_n | x_n, \theta) = \exp\left(\frac{\alpha}{N}\right) \exp\left[-\beta \exp\{t_n f_m(x_n)\}\right]$$

$p(t_n | x_n, \theta)$の正規化条件よりα, βを決める

$$1 = \sum_{t_n} p(t_n | x_n, \theta) = \sum_{t_n} \exp\left(\frac{\alpha}{N}\right) \exp\left[-\beta \exp\{t_n f_m(x_n)\}\right]$$

$\leftarrow t_n \in \{-1, 1\}$

$$= \exp\left(\frac{\alpha}{N}\right) \left[\exp\left[-\beta \exp\{f_m(x_n)\}\right] + \exp\left[-\beta \exp\{-f_m(x_n)\}\right]\right]$$

よって

$$\exp\left(\frac{\alpha}{N}\right)^{-1} = \exp\left[-\beta \exp\{f_m(x_n)\}\right] + \exp\left[-\beta \exp\{-f_m(x_n)\}\right]$$

これよりβを$\beta > 0$の定数とすると、αはx_nの関数になる。

(x_nの異なる値に対して右辺は異なる値をとるので)

またαを定数にするとβはx_nの関数になる。

(x_nの異なる値に対してβが定数だと右辺は異なる値をとるのでαを定数にできないので)

よってα, βを同時にx_nについて定数とすることはできない。

よって対数尤度が指数ゴサ関数で表わされるような尤度$p(t | x, \theta)$は存在しない。