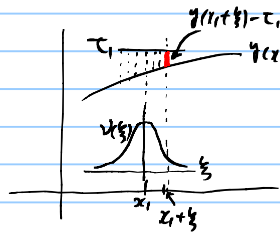
6.17

ノートのタイトル 2016/02/04

(Webの解答を見た) ← (全体のゴサ) = (各点のゴサの期待値の和)

$$E[y(x)] = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N} \underbrace{\int \{y(x_n+\xi) - t_n\}^2 \nu(\xi)\, d\xi}_{\text{各点での入力ゴサによるゴサの期待値}} \quad \cdots (6.39)$$



これより

$$E[y(x)+\varepsilon\eta(x)] = \frac{1}{2}\sum \int \{y(x_n+\xi) + \varepsilon\eta(x_n+\xi) - t_n\}^2 \nu(\xi)\, d\xi$$

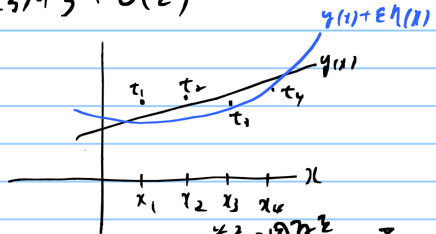
$$= \frac{1}{2}\sum \int \{y(x_n+\xi)^2 + \varepsilon^2\eta(x_n+\xi)^2 + t_n^2 + 2y(x_n+\xi)\varepsilon\eta(x_n+\xi) - 2y(x_n+\xi)t_n - 2\varepsilon\eta(x_n+\xi)t_n\}\nu(\xi)\, d\xi$$

$$= \frac{1}{2}\sum \int \left[\{y(x_n+\xi)^2 - 2y(x_n+\xi)t_n + t_n^2\} + 2\varepsilon\{y(x_n+\xi)\eta(x_n+\xi) - \eta(x_n+\xi)t_n\} + \varepsilon^2\eta(x_n+\xi)^2\right]\nu(\xi)\, d\xi$$

$$= \frac{1}{2}\sum \int \left[\{y(x_n+\xi) - t_n\}^2 + 2\varepsilon\eta(x_n+\xi)\{y(x_n+\xi) - t_n\} + \varepsilon^2\eta(x_n+\xi)^2\right]\nu(\xi)\, d\xi$$

$$= E[y(x)] + \varepsilon\sum\int \eta(x_n+\xi)\{y(x_n+\xi) - t_n\}\nu(\xi)\, d\xi + O(\varepsilon^2)$$

となる。



停留条件は ε の1次の係数が0になること

$$\underbrace{\sum\int \eta(x_n+\xi)\{y(x_n+\xi) - t_n\}\nu(\xi)\, d\xi}_{\text{各点での期待値 } E_\xi[\eta(x_n+\xi)\{y(x_n+\xi)-t_n\}] \text{ になっている。}} = 0$$

積分を外すために

$\eta(x) = \delta(x-z)$ ← $\eta(x)$ はどんな関数でも良いので。

とはいえ、$\eta(x)$ として2変数関数をとって良いのか? …①

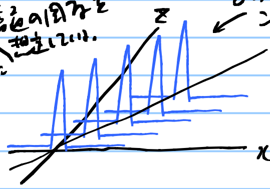
$\eta(x)$ としてデルタ関数をとって良いのか? …②

とする。

どんな関数と言っても暗黙の制限がある。自分の説明では明らかに

滑らかな関数を想定している。

$\delta(x-z)$ はこんな感じ



① については、2変数関数は z を固定し1変数として捉えば特に問題ないような気がする

② については変分の定義(D.3)でおかしなことにならないか要確認な気がする

→ $\eta(x)$ が微分可能でないとだめとかないか? 大きさ?

そもそも(D.4)の説明で局所的な関数を使っている。

部分的には積分さえできればokっぽい

$$\int \delta(x_n+\xi-z)\{y(x_n+\xi) - t_n\}\nu(\xi)\, d\xi = \{y(z) - t_n\}\nu(-x_n+z)$$

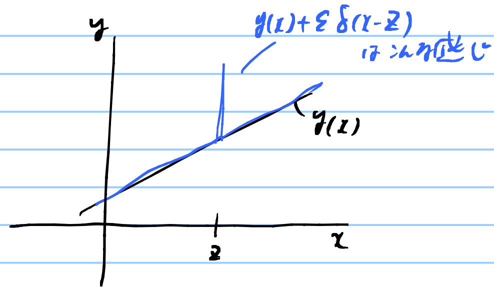
なので停留条件は

$$\sum_{n=1}^{N}\{y(z) - t_n\}\nu(z-x_n) = 0$$

となる。これより

$$y(z)\sum\nu(z-x_n) = \sum t_n\nu(z-x_n)$$

$$\therefore\ y(z) = \frac{\sum t_n\nu(z-x_n)}{\sum\nu(z-x_n)}$$ ← z 位置における y の最適値



変数 z を x と書くと

$$y(x) = \frac{\sum t_n(x-x_n)}{\sum\nu(x-x_n)}$$ ← 各 z 位置における y の最適値から関数 $y(x)$ の最適解という解釈になる

を得る。

が なんか落ちつきが悪い。