6.2

ノートのタイトル 2016/01/26

パーセプトロンのアルゴリズム

(パーセプトロン規準) $E_p(w) = -\sum_{n\in M} w^T \phi(x_n) t_n$ … (4.54)

(逐次学習の式) $w^{(\tau+1)} = w^{(\tau)} + \eta \phi(x_n) t_n$ … (4.55)

(パーセプトロン関数) $y(x) = f(w^T \phi(x_n))$ … (4.52)

(4.55)より、$w^{(0)}=0$ とし、x_1が誤分類されてるとすると

$$w^{(1)} = \eta \phi(x_1) t_1$$

$w^{(1)}$ の下で x_2 は正しく分類されているとすると

$$w^{(2)} = w^{(1)} + 0 \cdot \eta \phi(x_2) t_2 = \eta \phi(x_1) t_1 + 0 \cdot \eta \phi(x_2) t_2$$

$w^{(2)}$ の下で x_3 は誤分類されているとすると

$$w^{(3)} = w^{(2)} + \eta \phi(x_3) t_3 = \eta \phi(x_1) t_1 + 0 \cdot \eta \phi(x_2) t_2 + \eta \phi(x_3) t_3$$

これを誤分類の点がなくなるまでくり返す。

また、くり返りの回数がデータ点の個数Nより大きくなった場合、

最初の $n=1$ のデータ点に戻って逐次学習を続行する

よって τ 回目のくり返しで誤分類がなくなったとき(これを収束したという)

$$w = w^{(\tau)} = I_1^{(1)} \eta \phi(x_1) t_1 + I_2^{(1)} \eta \phi(x_2) t_2 + I_3^{(1)} \eta \phi(x_3) t_3 + \cdots + I_1^{(2)} \eta \phi(x_1) t_1 + \cdots$$

$$I_i^{(j)} = \begin{cases} 0 : \text{データ点が正しく分類したとき} \\ 1 : \quad〃 \quad \text{誤分類のとき} \end{cases}$$

よって

$$w = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \phi(x_i) t_i \quad \cdots ①, \quad \alpha_i = \eta \sum_j I_i^{(j)}$$

パーセプトロンのアルゴリズムの双対表現を求める。

即ち①を使ってアルゴリズムから w を消去し、アルゴリズムを α_i で表す。

(4.54)に①を入れて

$$\begin{aligned} E_p(\alpha) &= -\sum_{n\in M} \left(\sum_{i=1}^{N} \alpha_i \phi(x_i) t_i \right)^T \phi(x_n) t_n \\ &= -\sum_{n\in M} \sum_{i=1}^{N} \{ \alpha_i t_i \phi(x_i)^T \phi(x_n) t_n \} \\ &= -\sum_{n\in M} \sum_{i=1}^{N} \{ \alpha_i t_i k(x_i, x_n) t_n \} \quad \cdots ② \end{aligned}$$

を得る

(4.52)に①を入れて

$$y(x) = f\left(\left(\sum_{i=1}^{N} \alpha_i \phi(x_i) t_i \right)^T \phi(x) \right) = f\left(\sum_{i=1}^{N} \alpha_i t_i \phi(x_i)^T \phi(x) \right) = f\left(\sum_{i=1}^{N} \alpha_i t_i k(x_i, x) \right) \quad \cdots ③$$

を得る

(4.55)に①を入れて

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{(\tau+1)} \phi(x_i) t_i = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^{(\tau)} \phi(x_i) t_i + \eta \phi(x_n) t_n$$

これより

$$\alpha_n^{(\tau+1)} = \alpha_n^{(\tau)} + \eta$$

を得る。

②, ③において、双対表現すると $\phi(x_n)$ が $\phi(x_n)^T \phi(x_m)$ の形でのみ表われることを確認できる。