

(6.13)  $k(x, x') = c k_1(x, x')$ ,  $c > 0$  は有効なカーネルであることができる

$$\begin{aligned} c k_1(x, x') &= c \phi_1(x)^T \phi_1(x') = \sqrt{c} \phi_1(x)^T \sqrt{c} \phi_1(x') \quad \leftarrow c > 0 \text{ なら } \sqrt{c} \in \mathbb{R} \\ & \quad \text{は存在する} \\ &= \psi_1(x)^T \psi_1(x'), \quad \psi_1(x) = \sqrt{c} \phi_1(x) \end{aligned}$$

よってカーネル定数 (6.1) 及び (6.13) は有効なカーネルである。

(6.14)  $k(x, x') = f(x) k_1(x, x') f(x')$ ,  $f$  はスカラー関数にすれば

$$\begin{aligned} f(x) k_1(x, x') f(x') &= f(x) \phi_1(x)^T \phi_1(x') f(x') \\ &= \psi_1(x)^T \psi_1(x'), \quad \psi_1(x) = f(x) \phi_1(x) \end{aligned}$$

よって (6.1) 及び (6.14) は有効なカーネルである。