

## 6.6

(6.15)  $k(x, x') = g(k_1(x, x'))$ ,  $g$  は非負係数の多項式 17112

$g(k_1) = a + b k_1 + c k_1^2 + d k_1^3$ ,  $a, b, c, d > 0$  の場合を考える

$a = \phi_0^T(x) \phi_0(x)$ ,  $\phi_0(x) = \sqrt{a}$  と書ける (6.1) より  $a$  は有効なカーネル

$b k_1$  は (6.13) より有効なカーネル

$k_1^2$  は (6.18) より有効なカーネル、さらに (6.13) より  $c k_1^2$  は有効なカーネル

$k_1^3 = k_1 k_1^2$  は (6.18) を 2回適用して有効なカーネルである。

さらに (6.13) より  $d k_1^3$  も有効なカーネル

$a + b k_1 + c k_1^2 + d k_1^3$  は、有効なカーネルを知りたい。

(6.17) を複数回適用して有効なカーネルである。

4次以上の項があるときも同様にして  $g$  が有効なカーネルであることを示せる。

(6.16)  $k = \exp(k_1)$  17112

$\exp(k_1) = 1 + k_1 + \frac{1}{2} k_1^2 + \frac{1}{3!} k_1^3 + \dots$  と書ける。

$n$  次より  $n$  に対して

$n$  次の項までの和は (6.15) より有効なカーネルである。

よって、 $\exp(k_1)$  は有効なカーネルである。