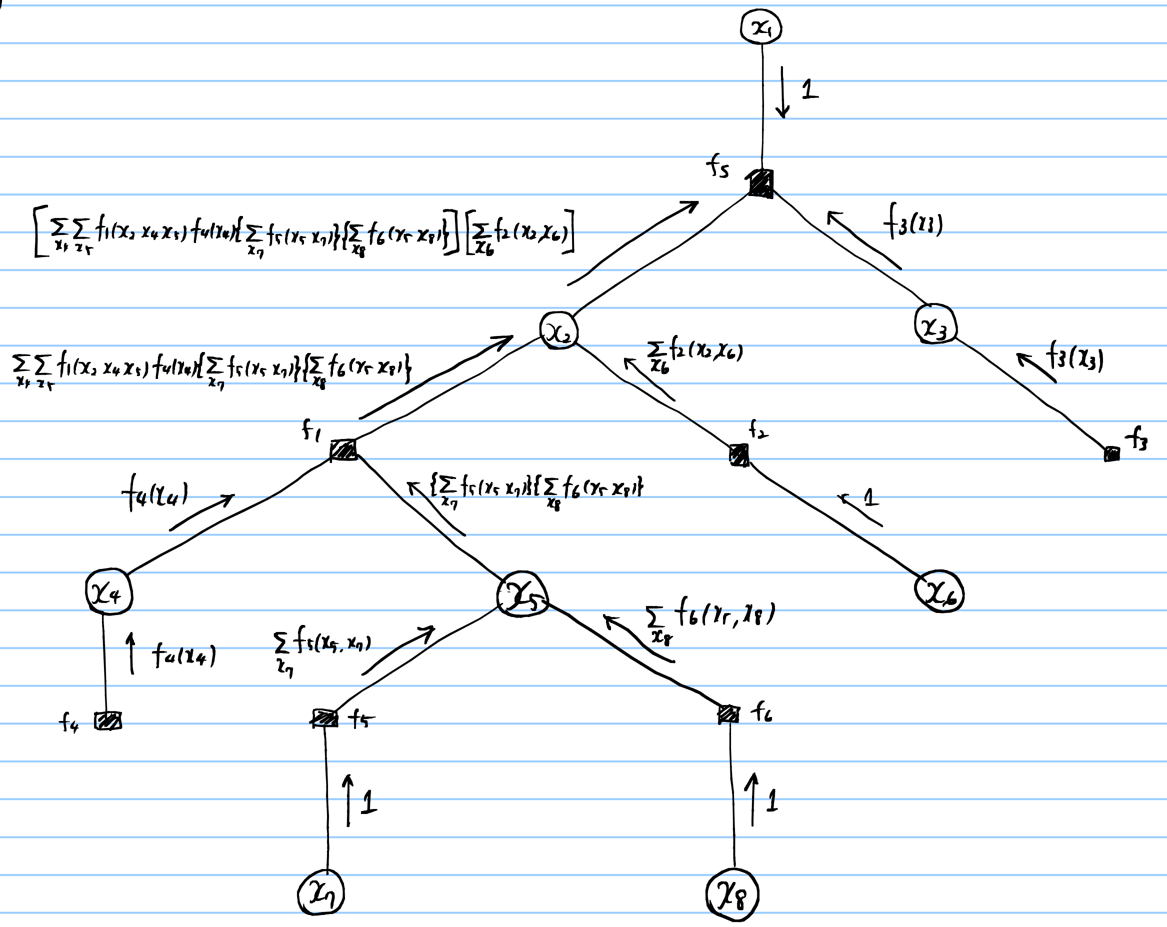
8.21

ノートのタイトル 2016/03/27

(例)



(8.72)は

$$p(x_1, x_2, x_3) = f_5(x_1\,x_2\,x_3) f_3(x_3) \cdot \left[\sum_{x_4}\sum_{x_5} f_1(x_2\,x_4\,x_5) f_4(x_4)\{\sum_{x_7} f_5(x_5\,x_7)\}\{\sum_{x_8} f_6(x_5\,x_8)\}\right]\left[\sum_{x_6} f_2(x_2, x_6)\right]$$

$$= \sum_{x_4}\sum_{x_5}\sum_{x_6}\sum_{x_7}\sum_{x_8} f_5(x_1, x_2, x_3) f_3(x_3) f_1(x_2\,x_4\,x_5) f_4(x_4) f_5(x_5\,x_7) f_6(x_5\,x_8) f_2(x_2\,x_6)$$

$$= \sum_{x_4}\sum_{x_5}\sum_{x_6}\sum_{x_7}\sum_{x} p(x_1\,x_2\,x_3\,x_4\,x_5\,x_6\,x_7\,x_8)$$

周辺分布になっているのを確認できる。

(8.72)より

$$p(x_s) = f_s(x_s)\prod_{i\in ne(f_s)} \mu_{x_i\to f_s}(x_i)$$

$$= f_s(x_s)\prod_{i\in ne(f_s)} \sum_{X_{si}} G_i(x_i, X_{si})$$ ←(8.67)

← X_{si}はx_iより下のノードの集合、x_iは含まない

$$= f_s(x_s)\sum_{X_s}\prod_{i\in ne(f_s)} G_i(x_i, X_{si}),\ X_s \text{は} X_{si}\text{の和集合}$$ ← X_{si}とX_{sj}に同じノード含まれないので積と和を入れ換えられる $(i\neq j)$

$$\left(\sum_{x_2}\sum_{x_3} G(x_1,\{x_2,x_3\})\right)\left(\sum_{x_5}\sum_{x_6} G(x_4,\{x_5,x_6\})\right) = \sum_{x_2}\sum_{x_3}\sum_{x_5}\sum_{x_6} G(x_1,\{x_2,x_3\})G(x_4,\{x_5,x_6\})$$

↑こんな感じ

$$= \sum_{X_s} f_s(x_s)\prod_{i\in ne(f_s)} G_i(x_i, X_{si})$$ ← X_sにx_sの要素は含まれないので$f_s(x_s)$を$\sum_{X_s}$の中に入れても良い

$$= \sum_{X_s} f_s(x_s)\prod_{i\neq s} f_i(x_i)$$ ← G_iはグループG_i内の因子の積なので$\prod_i G_i$はf_s以外の全ての因子の積になる。

$$= \sum_{X_s}\prod_i f_i(x_i)$$

$$= \sum_{X_s} p(x)$$ ←(8.59)

$$= \sum_{x\setminus x_s} p(x)$$ ← X_sはX_{si}の和集合、X_{si}はx_iを除くG_iグループ内のノードの集合なので $X_s = x\setminus x_s$である。

となって(8.72)はx_sの周辺分布になっていることが確認できる。