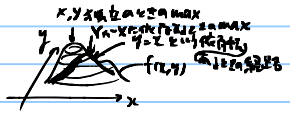
9.20

ノートのタイトル　2016/04/28

(9.62) $E[\ln p(t,w|\alpha,\beta)] = \frac{M}{2}\ln\frac{\alpha}{2\pi} - \frac{\alpha}{2}E[w^Tw] + \frac{N}{2}\ln\frac{\beta}{2\pi} - \frac{\beta}{2}\sum_{n=1}^{N}E[(t_n - w^T\phi_n)^2]$



(3.49) $p(w|t) = N(w|m_N, S_N)$

m_N, S_N は α,β については定数としてEの最大化を考える ← m_N, S_N, α, β が独立のときと m_N, S_N が α,β に依存するときで Eを最大化する α,β は普通は異なっている。しかし ここで求めるのは反復解法の更新式なので 反復において、 α,β の更新時に m_N, S_N が α,β に依存しないと仮定しても m_N, S_N を α,β への依存性に従って 更新していくならば m_N, S_N の α,β への依存性 を満足しつつEを最大にする解 α,β が得られる筈である。

(9.62) を α で微分して0とおく

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{M}{2}\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{2}E[w^Tw] = 0$$

$$\therefore\ \alpha = \frac{M}{E[w^Tw]}$$

ここで

$$E[w^Tw] = E[w_1^2 + w_2^2 + \cdots]$$

$$= E[w_1^2] + E[w_2^2] + \cdots$$

$$E[ww^T] = \begin{pmatrix} E[w_1w_1] & \cdots & E[w_1w_M] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E[w_Mw_1] & \cdots & E[w_Mw_M] \end{pmatrix}$$

なので $\mathrm{Tr}(E[ww^T]) = E[w_1^2] + \cdots + E[w_M^2]$

$$= \mathrm{Tr}(E[ww^T])$$

$$= \mathrm{Tr}(m_N m_N^T + S_N) \leftarrow (2.62)\ E[ww^T] = m_N m_N^T + S_N$$

$$= m_N^T m_N + \mathrm{Tr}(S_N)$$

なので

$$\alpha = \frac{M}{E[w^Tw]} = \frac{M}{m_N^T m_N + \mathrm{Tr}(S_N)}$$

を得る。