

9.27

ノートのタイトル

2016/05/06

逐次EMアルゴリズムにおけるESTIMATOR $\gamma(z_k)$ を更新したときのMSTYの更新式を求めよう $(\Sigma_k \rightarrow \Sigma_{k+1})$

$$(9.19) \quad \Sigma_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k) (x_n - \mu_k)(x_n - \mu_k)^T$$

F1)

$$\Sigma_k^{old} = \frac{1}{N_k^{old}} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) (x_n - \mu_k^{old})(x_n - \mu_k^{old})^T$$

$$\Sigma_k^{new} = \frac{1}{N_k^{new}} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) (x_n - \mu_k^{new})(x_n - \mu_k^{new})^T$$

ここで

$$\sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) x_n x_n^T = \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) x_n x_n^T + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m x_m^T$$

F2)

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) x_n (\mu_k^{new})^T &= \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) x_n \right\} (\mu_k^{new})^T \\ &= \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) x_n + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m \right\} (\mu_k^{new})^T \\ &= \left\{ N_k^{old} \mu_k^{old} + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m \right\} (\mu_k^{new})^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) \mu_k^{new} x_n^T &= \mu_k^{new} \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) x_n^T \right\} \\ &= \mu_k^{new} \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) x_n^T + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m^T \right\} \\ &= \mu_k^{new} \left\{ N_k^{old} \mu_k^{old} + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m^T \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{new}) \mu_k^{new} (\mu_k^{new})^T &= \left\{ \sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) \right\} \mu_k^{new} (\mu_k^{new})^T \\ &= N_k^{new} \mu_k^{new} (\mu_k^{new})^T \end{aligned}$$

F3)

$$\begin{aligned} \Sigma_k^{new} &= \frac{1}{N_k^{new}} \left[\sum_{n=1}^N \gamma(z_k^{old}) x_n x_n^T + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m x_m^T \right. \\ &\quad - \left\{ N_k^{old} \mu_k^{old} + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m \right\} (\mu_k^{new})^T \\ &\quad - \mu_k^{new} \left\{ N_k^{old} \mu_k^{old} + (\gamma(z_k^{new}) - \gamma(z_k^{old})) x_m^T \right\} \\ &\quad \left. + N_k^{new} \mu_k^{new} (\mu_k^{new})^T \right] \end{aligned}$$

を得る。

よって、 $\gamma(z_k)$ の総和を含まない Σ_k^{new} の更新式を得ることができた。
$$\uparrow$$

$$\gamma(z_k^{new}) \text{ 以外の } \gamma(z_k^{new}) \text{ を計算して } F1 \text{ と } F2 \text{ のこと}$$

(π_k に717)

$$(9.22) \pi_k = \frac{N_k}{N}$$

51)

$$\pi_k^{New} = \frac{N_k^{New}}{N}$$

N_k^{New} は (9.79) で与えられるので、 Y_k^{New} の総和を含まない π_k^{New} の更新式を得ることができた。