9.3

ノートのタイトル　2016/04/09

(9.10) $p(z)=\prod_{k=1}^{K}\pi_k^{z_k}$

(9.11) $p(x|z)=\prod_{k=1}^{K}\mathcal{N}(x|\mu_k,\Sigma_k)^{z_k}$

より

$p(z)p(x|z)=\prod_{k=1}^{K}\{\pi_k\,\mathcal{N}(x|\mu_k,\Sigma_k)\}^{z_k}$

これより

$p(x)=\sum_z p(z)p(x|z)=\sum_z\prod_{k=1}^{K}\{\pi_k\mathcal{N}(x|\mu_k,\Sigma_k)\}^{z_k}$

$=\sum_{k=1}^{K}\pi_k\mathcal{N}(x|\mu_k,\Sigma_k)$

と得る。

$K=2$ のとき

$p(z)=\pi_1^{z_1}\pi_2^{z_2}$

$p(x|z)=\mathcal{N}(x|\mu_1,\Sigma_1)^{z_1}\mathcal{N}(x|\mu_2,\Sigma_2)^{z_2}$

これより

$p(z)p(x|z)=\{\pi_1\,\mathcal{N}(x|\mu_1,\Sigma_1)\}^{z_1}\{\pi_2\mathcal{N}(x|\mu_2,\Sigma_2)\}^{z_2}$

z の取り得る値は $(1,0)$, $(0,1)$ であって

$p(x)=\sum_z p(z)p(x|z)$

$=\{\pi_1\mathcal{N}(x|\mu_1,\Sigma_1)\}^1\{\pi_2\mathcal{N}(x|\mu_2,\Sigma_2)\}^0+\{\pi_1\mathcal{N}(x|\mu_1,\Sigma_1)\}^0\{\pi_2\mathcal{N}(x|\mu_2,\Sigma_2)\}^1$

$=\pi_1\mathcal{N}(x|\mu_1,\Sigma_1)+\pi_2\mathcal{N}(x|\mu_2,\Sigma_2)$