

演習 5.10

(問題) n 個の固有値が正 $\Leftrightarrow H$ が正定値

$$H \text{ が正定値} \equiv \text{2次形式が正 } v^T H v > 0$$

$$(5.33) \quad H u_i = \lambda_i u_i$$

$$(5.34) \quad v^T H v = \sum c_i^2 \lambda_i$$

n 個の $\lambda_i > 0$ ならば $v^T H v > 0$ $\therefore H$ は正定値である... ①

一方

ある $\lambda_i < 0$ ならば $\exists u_i (= u_i)$ $u_i^T H u_i = c_i^2 \lambda_i < 0$ $\therefore H$ は正定値ではない

ある $\lambda_i = 0$ " " $u_i^T H u_i = c_i^2 \lambda_i = 0$ $\therefore H$ は正定値ではない

よって

H が正定値ならば n 個の $\lambda_i > 0$ である... ②

①, ② より

n 個の $\lambda_i > 0$ である限り H は正定値である