5.30

$\frac{\partial E}{\partial \mu_j} = \sum_i \gamma_j(w_i) \frac{(\mu_j - w_i)}{\sigma_j^2}$ ... (5.142) を示す

ここで

$\tilde{E} = E + \lambda \Omega$ ... (5.139)

$\Omega = -\sum_i \ln \left(\sum_j \pi_j N(w_i | \mu_j, \sigma_j^2) \right)$ ... (5.138)

$N(w_i | \mu_j, \sigma_j^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma_j^2}(w_i - \mu_j)^2 \right\}$ ... ガウス分布

$\frac{\partial N}{\partial \mu_j} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \frac{-1}{2\sigma_j^2} \cdot 2(w_i - \mu_j)(-1) \exp\left\{ -\frac{1}{2\sigma_j^2}(w_i - \mu_j)^2 \right\}$

$= \frac{w_i - \mu_j}{\sigma_j^2} N(w_i | \mu_j, \sigma_j^2)$ ... ガウス分布を μ_j で微分

すると

$\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_j} = -\sum_i \frac{\frac{w_i - \mu_j}{\sigma_j^2} \pi_j N(w_i | \mu_j, \sigma_j^2)}{\sum_j \pi_j N(w_i | \mu_j, \sigma_j^2)}$

ここで

$\gamma_j(w) = \frac{\pi_j N(w | \mu_j, \sigma_j^2)}{\sum_k \pi_k N(w | \mu_k, \sigma_k^2)}$ ... (5.140)

すると

$\frac{\partial \Omega}{\partial \mu_j} = -\sum_i \gamma_j(w_i) \frac{w_i - \mu_j}{\sigma_j^2} = \sum_i \gamma_j(w_i) \frac{\mu_j - w_i}{\sigma_j^2}$

又 $\frac{\partial E}{\partial \mu_j} = 0$ すると

$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \mu_j} = \lambda \sum_i \gamma_j(w_i) \frac{\mu_j - w_i}{\sigma_j^2}$ ... (5.142)

を得る。